



## MODELISATION ET OPTIMISATION DE PROCESSUS DE COAGULATION DE LAIT AVEC DES ARGILES BASQUES PAR ANALYSE FACTORIELLE♦

G. Jinescu<sup>1</sup>, A.V. Ursu<sup>2</sup>, A.V. Aruş<sup>2</sup>, A.M. Mareş<sup>1</sup>,  
D.I. Nistor<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Université Polytechnique du Bucarest, Faculté de Chimie Industrielle, 1-7  
Polizu Rue, 011061, Bâtiment L, Bucarest, Roumanie,  
E-mail : [g\\_jinescu@chim.upb.ro](mailto:g_jinescu@chim.upb.ro)*

<sup>2</sup>*Université de Bacău; Laboratoire de Catalyse et Matériaux Microporeux;  
157 Calea Mărăşeşti, 600115, Bacău, Roumanie;  
E-mail : [alina\\_violeta\\_ursu@yahoo.com](mailto:alina_violeta_ursu@yahoo.com) , [dnistor@ub.ro](mailto:dnistor@ub.ro)*

**Abstract:** The aim of this study is the use of  $k^n$  type factorial programs for the modeling and optimization of the milk coagulation process in the presence of hydrotalcite type clays. By using the experiment programming method, the mathematical model that corresponds to the answer function (the coagulum yield) is obtained, allowing simulating individual or interacting effects between parameters [4]. According to the used experimental program, and the variation of parameters interval, the real optimal values of the parameters can be obtained, in the initial domain or not [7].

**Keywords:** *coagulation, factorial analysis, polynomial model, coagulum yield*

---

♦ Paper presented at **COFrRoCA 2006: Quatrième Colloque Franco-Roumain de Chimie Appliquée**, 28 June – 2 July, Clermont-Ferrand, France

**Résumé :** Le but de cette étude consiste dans l'utilisation des programmes factoriels du type  $k^n$  pour la modélisation et optimisation de processus de coagulation de lait, en présence des argiles basiques du type hydrotalcite. Utilisant la méthode de programmation des expertises s'obtienne le model mathématique qui correspondent à la fonction de réponse (le rendement en coagule) et qui permet la simulation des effets individuelles ou des effets des interactions entre les paramètres [4]. En fonction du programme expérimentale adopté et du domaine de variation des paramètres se peut obtenir des valeurs optimales (réelles) des paramètres qui s'encadre ou non dans le domaine considéré initialement [7].

**Mots clé :** *coagulation, analyse factorielle, model polynomial, rendement en coagule.*

## INTRODUCTION

L'optimisation de la qualité des produits alimentaires est très difficile de réaliser parce que le processus d'obtention dépende d'une multitude de facteurs. Utilisant les méthodes conventionnelles de contrôle de paramètres de type « step-by-step » on peut mesurer seulement l'effet individuelle de chaque paramètre en temps que l'interaction des paramètres est négligée [3]. Cette difficulté est réglementée par des programmes factoriels qui mettent en valeur les effets individuels des paramètres et simultanément l'interaction entre ceux. Un autre avantage de cette méthode est le numéro minimal des expertises demande (les valeurs des paramètres sont choisis après un programme bien défini) [7, 8].

Les programmes factoriels du type  $k^n$  ont été utilisés dans beaucoup des domaines du design industriel parce qu'ils permettent l'optimisation des conditions d'obtention d'un produit en général, et permet, dans le même temps, la corrélation entre la qualité d'un produit avec les paramètres du processus d'obtention [5].

La littérature mentionne l'utilisation de ce type de design factorielle pour l'optimisation des processus d'obtention de différents dérivés du lait [3]. Dans le cas d'obtention du yoghourt, le processus-clé est représenté par la coagulation du lait. Ainsi, ce processus consiste dans la modification de la structure de caséine (par réticulation) en différentes conditions [6] ; dans ce cas se forme des liaisons très stables et aussi une structure tridimensionnelle, demi solide et gélatineux [2]. Sur le plan mondial fut consacré l'idée d'utilisation des certains matériaux solides poreux (argiles anioniques) dans le processus de coagulation du lait, pour améliorer la qualité des produits acido-lactiques [3]. Les argiles basiques ont la propriété d'intervenir dans la cinétique de la réaction de fermentation de lait. Grâce la basicité développée par ces matériaux, se peut retarder l'influence négative de l'acide lactique (formé dans le processus de fermentation de la lactose) dans la cinétique de fermentation du lait et accélérer la fermentation [3].

## PROTOCOLE EXPERIMENTALE

Dans cette étude ont utilisé un programme factoriel de type  $3^3$  [1, 4] qui consiste en 27 expériences de laboratoire ; les variables de la modélisation ont été : la quantité d'argile ajoutée dans la masse de lait –  $X_1$ , le temps de fermentation –  $X_2$  et la quantité de yogourt utilise pour l'insémination du lait –  $X_3$ . Le fonction de réponse est le volume de coagule obtenu –  $Y_1$ . On été effectuée 27 expertises dans le domaine de variation (–1, 0, +1) (coordonnées adimensionnelles), où –1 représente le minimum, 0 le medium et +1 le maximum du niveau de variation. Le niveau de variation des paramètres pour le processus de coagulation de lait est réduit dans le tableau 1.

*Tableau 1. Variables qui influencent le processus de fermentation de lait*

No	Paramètres ( $X_i$ )	Valeur		$\Delta X_i$	$X_i^{med}$
		minimale ( $X_i^{min}$ )	maximale ( $X_i^{max}$ )		
1	Quantité d'argile ajoutée (g/100 mL lait)	0,33	2,66	1,65	~ 1,5
2	Temps de fermentation (h)	0,5	14	6,75	7,25
3	Quantité de yogourt ajouté (mL/100 mL lait)	1	10	4,5	5,5

Avec ces valeurs on peut élaborer des modèles mathématiques pour les fonctions de réponse. Après l'élaboration des modèles mathématiques on peut faire la simulation des effets qui permet la détermination des dépendances de critérium d'optimisation considérées en fonction de chaque paramètre défini antérieurement.

## RESULTATS ET DISCUSSIONS

La forme particulière de la fonction de réponse pour le programme factorielle de type  $3^3$  [1] est la suivante :

$$Y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3 + a_{123}x_1x_2x_3 + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + a_{33}x_3^2 \quad (1)$$

Ainsi, par analyse factorielle on peut obtenir le model mathématique qui décrit la fonction de réponse du critérium d'optimisation [1] ; les coefficients de type  $a_i$ ,  $a_{ij}$ ,  $a_{ijk}$  se peut calculé avec des relations mathématiques empiriques [4]. Par l'application du test « t-student » on peut éliminer des termes non significatifs du polynôme (1) et, ultérieurement, obtenir la forme optimale (simplifiée) pour le model mathématique :

$$Y = 16 + 5,97x_1 + 7,54x_2 + 2,83x_3 - 0,7x_1x_2 + 0,8x_1x_3 - 1,2x_2x_3 - 1,88x_2^2 \quad (2)$$

### Effet des paramètres sur le rendement en coagule

Le valeur adimensionnelle du coefficient  $a_0$  (16) indique que le volume optimum de coagule s'obtienne à une valeur rapproché a ce valeur.

Les coefficients  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$  ont des valeurs positives ; ainsi, les variables correspondantes  $x_1$ ,  $x_2$  et  $x_3$  ont un actionne individuelle favorable mais l'effet favorable du  $x_1$  et  $x_2$  est plus forte que l'effet du  $x_3$ .

Le coefficient  $a_{12}$  d'interaction est négative ; les variables  $x_1$  et  $x_2$ , par leur interaction défavorise le processus de coagulation. Le coefficient  $a_{13}$  est positive, ainsi que le processus est influencent favorable, par l'interaction du  $x_1$  et  $x_2$

Parce que l'effet de coefficients quadratiques  $x_1^2$  et  $x_3^2$  on été déterminée par le test « t-student » comme des termes insignifiants, on le pas prendre en calculs.

### **Optimisation du processus**

L'optimum de la fonction de réponse a été calculé avec la méthode du dérivâtes [1, 4] qui consiste dans l'égalisation des dérivâtes de premier grade avec zéro et ultérieurement dans la résolution des équations obtenus. Pour la transformation des variables adimensionnels calculée en paramètres réels on utilisé la formule mathématique suivante :

$$X_i = \Delta X_i \cdot x_i + X_i^{med} \quad (3)$$

ou  $X_i$  représente les valeurs réels des paramètres,  $x_i$  les valeurs adimensionnels des paramètres,  $\Delta X_i$  la différence entre les valeur plus baissés et les valeurs real medium des paramètres,  $X_i^{med}$  représente la valeur medium real des paramètres.

Par l'application de cet algorithmme au polynôme (3), on peut obtenir les points d'optimum pour le processus de fermentation. Ainsi, un rendement optimal de coagule s'obtienne pour un ajoutage de 5,27 g argile basique/100 mL lait, 26,38 mL agent d'insémination/100 mL lait et pour un temps de fermentation de 16,22 heures. On peut observer que les valeurs optimales obtenues pour tous les paramètres dépassent le domaine choisi initiale (tableau 1), ainsi que le domaine de variation de ceux paramètres doit être reconsidérée (la croissance de ceux).

### **Représentation graphique des fonctions de réponse**

Par adaptation du polynôme (2) avec le logiciel Matlab, se peut obtenir des graphiques qui présentent les effets, de tous les paramètres (définis antérieurement) sur le processus de coagulation du lait et implicite sur le rendement en coagule. Ainsi, s'obtienne trois surfaces de réponse (fig. 1-3).

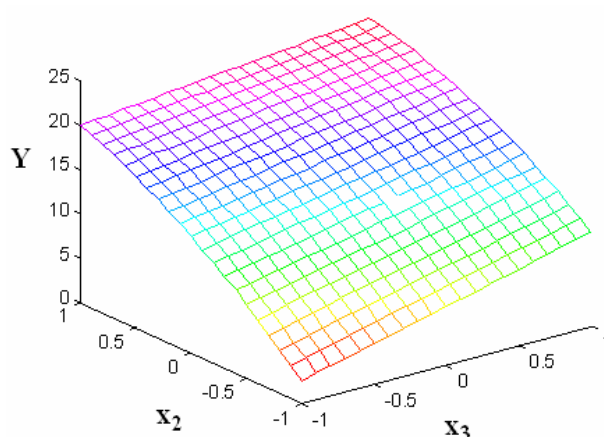
Dans les figures 1-3 on peut distinguer la rotondité des surfaces, le minimum et le maximum dues les effets des coefficients quadratiques et le point d'inflexion. Il est important à préciser que les représentations graphiques offerts moins informations concernant le processus mais ont l'avantage de présenter en ensemble l'effets des tous les paramètres.

### **CONCLUSIONS**

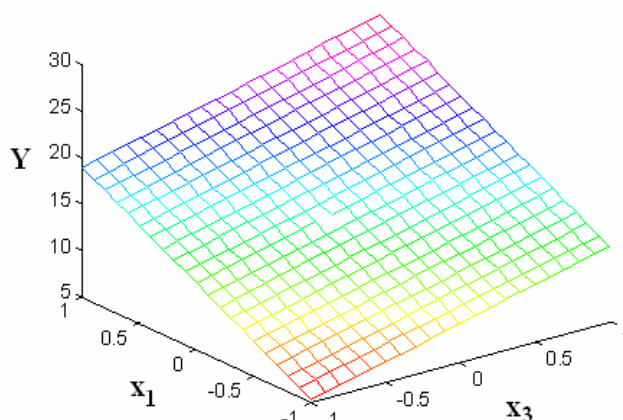
L'utilisation des programmes factoriels de type  $k^n$  présent l'avantage d'une optimisation rapide et sans coûts supplémentaires. Utilisant cette programmes a été obtenus informations concernant les paramètres du processus d'obtention d'un yogourt de bonne

qualité. La quantité optimale d'argile et d'agent d'insémination dépasse le domaine utilisé dans le programme expérimental, par conséquent, le domaine de variation doit être reconsidérée dans le sens d'accroissement de la quantité d'argile et d'agent d'insémination ajoutée. Egalement, le domaine de variation pour le temps de fermentation doit être reconsidérée parce que le valeur réelle  $x_2$  dépasse le domaine considérée initiale.

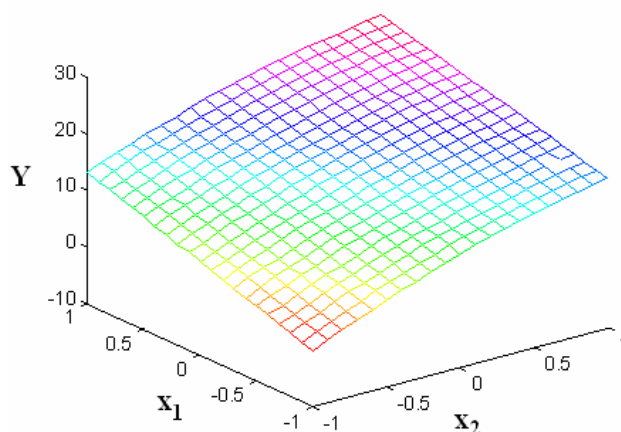
Ainsi, le rendement en coagule si on utilise un procédure non conventionnelle d'obtention du yogourt (ajoutage d'une argile anionique) tendre vers une valeur optimale quand augment la quantité d'argile aussi que le contenu d'agent d'insémination et s'augmente le temps de fermentation en plus que les limites du domaine choisi initialement.



**Figure1.** Influence du contenu de yogourt d'insémination et du temps de fermentation pour une quantité medium d'argile ajoutée



**Figure 2.** Influence de la quantité d'argile et de la quantité de yogourt d'insémination pour un temps medium de fermentation



**Figure3.** *Influence de la quantité d'argile ajoutée et du temps de fermentation pour une quantité medium de yogourt d'insémination*

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. Azzouz, A. : *Concepte de modelare și elemente de strategie în designul industrial*, Ed. Tehnica - Info, Chișinău, **2001**.
2. Azzouz A. : *Tehnologie și utilaj în industria laptelui*, Ed. Demiurg, Iași, **2000**, pp. 241-248.
3. Azzouz A., Rotar D., Zvolinschi A., Miron A. : *AMSE Symposium – 2002*, Girona (Spain), **2002**, pp. 143-149.
4. Balaban, C.: *Strategia experimentarii si analiza datelor experimentale. Aplicatii in chimie, inginerie chimica, tehnologie chimica*, Ed. Academiei Romane, Bucuresti, **1993**.
5. Nistor, I.D., Siminiceanu I., Azzouz A., Ursu A.V., Popescu D.I. : *Actes du séminaire d'animation régionale SAR-2004*, Ed. Tehnica-Info Chișinău, **2004**, pp. 275-279.
6. Ruettimann, K.W., Ladisch, M.R. : *Journal of Colloid and Interface Science*, **1991**, 146, pp. 276-287.
7. Schnakovszky, C.: *Ingineria și modelarea sistemelor de producție*, Ed. Tehnica - Info, Chișinău, **1998**.
8. Tovissi, L., Vodă, V.Gh. – *Metode statistice. Aplicații în producție*, Ed. Științifică și Enciclopedică, București, **1982**.